

**Lista de exercícios BONUS - - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

**DISCIPLINA:** Introdução à modelagem matemática **PROFESSOR:** GRIGORI CHAPIRO

A lista deve ser feita **individualmente**. A resolução das questões pode ser feita a lápis ou caneta desde que seja LEGÍVEL. Preferivelmente em LaTeX.

**Questão 1:** Faça a segunda parte da Questão 3.3 do livro texto [1].

**Questão 2:** Considere o sistema de leis de conservação que descreve "águas rasas":

$$\begin{bmatrix} h \\ hv \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} hv \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

- (a) Faça uma descrição (não necessariamente uma dedução) desse modelo.
  - (b) Encontre a solução do modelo proposto usando tudo que aprendeu na sala de aula.
  - (c) Implemente este sistema usando o método numérico da sua preferência e compare os resultados.
- OBS: Existem muitas possibilidades de escrever um sistema de águas rasas. Essa é uma das mais simples. A letra (a) está pedindo para explicar fisicamente o que significa cada variável o o sistema em geral.

**Questão 3:** Considere o sistema de equações de Euler unidimensional

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (E + p)u \end{bmatrix}_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

onde pressão  $p$  é dada pela equação dos gases ideais

$$p = (\gamma - 1)(E - \frac{1}{2}\rho u^2)$$

e a velocidade do som é dada por

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}.$$

- (a) Faça uma descrição (não necessariamente uma dedução) desse modelo.
- (b) Reescreva este modelo na forma quasilinear  $U_t + f'(U)U_x = 0$ .
- (c) Diagonalize a matriz  $f'(U)$ .
- (d) Quais informações podemos obter usando (c)?
- (e) É possível encontrar a solução do Problema de Riemann associado a esta EDP usando (c)?

## Referências

[1] LEVEQUE, R. J. Numerical methods for conservation laws, Springer, 1992.