

2ª LISTA DE MÉTODOS MATEMÁTICOS - PGMCM

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Todas as soluções tem que ser justificadas!

1. EQUAÇÕES LINEARES DE PRIMEIRA ÓRDEM: CAPÍTULO 2 (BOYCE - DI PRIMA)

Questão 1. Resolva os seguintes PVI:

- (a) $y' + y = 1, y(0) = 1;$
- (b) $y' + 2y = 2e^{2t}, y(2) = 3;$
- (c) $y' + y = \text{sen}(t), y(0) = 1;$
- (d) $t^3y' + 4t^2y = e^{-t}, y(-1) = 0.$

Questão 2. Para o PVI encontre a solução de:

- (a) $y' = x;$
- (b) $y' = -\cos(t) y + t \exp(\text{sen}(t));$
- (c) $y' = e^x/(1 - y);$
- (d) $x^2 y' = x^2 + xy + y^2.$

Questão 3. Encontre uma equação linear que possui a solução com seguinte comportamento assintótico:

- (a) $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 4;$
- (b) $\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - 2t) = 4.$

Questão 4. Resolva a seguinte equação

$$y'' \cos(x) = \tan(x)y^2.$$

2. EQUAÇÕES LINEARES DE SEGUNDA ÓRDEM: CAPÍTULO 3 (BOYCE - DI PRIMA)

Questão 5. Resolva o seguinte PVI, desenhe o gráfico.

$$y'' + 5y' + y = 0, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 0.$$

Questão 6. Determine o maior intervalo no qual o PVI a seguir tem uma solução única, duplamente derivável. (não precisa encontrar a solução)

$$(x - 3)y'' + xy + (\ln|x|)y = 0, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 1.$$

Questão 7. Encontre o conjunto fundamental de soluções para o seguinte problema:

$$y'' + 4y' + 3y = 0, \quad t_0 = 1.$$

Questão 8. Dado uma EDO e duas funções, determine se as funções formam um conjunto fundamental de soluções:

$$x^2y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = 0, \quad x > 0; \quad y_1(x) = x, \quad y_2(x) = xe^x.$$

Questão 9. Usando o Wronskiano descubra se as funções a seguir são ou não LI:

$$y_1(t) = e^{\lambda t} \cos(t), \quad y_2(t) = e^{\lambda t} \sin(t).$$

Questão 10. Se as funções y_1 e y_2 são soluções LI de $y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$, determine para quais constantes a_1, a_2, b_1 e b_2 as funções $y_3 = a_1y_1 + a_2y_2$ e $y_4 = b_1y_1 + b_2y_2$ são soluções LI da mesma EDO.

Questão 11. Encontre o Wronskiano da equação de Bessel sem resolvê-la:

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - v^2)y = 0, \quad v - \text{constante.}$$

Questão 12. Resolva os PVIs:

(a) $y'' + 2y' + 2y = 0, y(\pi/4) = 2, y'(\pi/4) = -2.$

(b) $y'' + 4y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1.$

Questão 13. Resolva os PVIs:

(a) $9y'' - 12y' + 4y = 0, y(0) = 2, y'(0) = -1.$

(b) $y'' + 4y' + 4y = 0, y(-1) = 2, y'(-1) = 1.$

Questão 14. Usando o método de coeficientes a determinar encontre a solução geral da EDO: $y'' - y' - 2y = \cosh 2t.$

Questão 15. Usando o método de coeficientes a determinar resolva o PVI:

$$y'' - 2y' + y = te^t + 4, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

3. EQUAÇÕES LINEARES DE SEGUNDA ÓRDEM: CAPÍTULO 4 (BOYCE - DI PRIMA).

Questão 16. Determine intervalos nos quais a seguinte EDO possui única solução

$$y^4 + \cos(t-1)y'' - \frac{1}{t-2} = t^2.$$

Questão 17. Verifique se as funções $y_1 = 1, y_2 = t$ e $y_3 = t^3$ formam o conjunto fundamental de soluções da EDO: $ty''' - y'' = 0.$

Questão 18. Resolva o PVI: $y''' - y'' + y' - y = e^{4t}, y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = -1.$