

## PROVA 3 DE ÁLGEBRA LINEAR

PROF. GRIGORI CHAPIRO

(Escreva seu nome (**legível!**) em cada folha que entregar.)

**Questão 1** (50 pts.). Dado  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $T(x, y, z) = (x + 2y - z, x + z, 4x - 4y + 5z)$  - um operador linear, faça **justificando**:

- (a) Encontre representação matricial de  $T$ .
- (b) Encontre o polinômio característico de  $T$ .
- (c) Encontre o polinômio minimal de  $T$ .
- (d) Encontre os autovalores e autovetores de  $T$ .
- (e)  $T$  é diagonalizável?
- (f) Encontre a forma diagonal de  $T$  com a base correspondente.
- (g) Calcule  $T^7$ .
- (e) Calcule os autovalores de  $T^7$ .

**Dica:** 1. Palavra justificando esta em negrito. 2. Será que 1 é raiz do polinômio? 3. Letra (e) não precisa de muita conta se usar matriz mudança de base.

**Questão 2** (30 pts). Dado o operador linear  $T : P_2 \rightarrow P_2$  tal que  $T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (a_0 + 2a_1) + (2a_0 - a_3)x + (-a_1 + 5a_3)x^2$  verifique:

- (a)  $T$  é autoadjunto? Caso seja,  $T$  é diagonalizável?
- (b) Encontre os subespaços vetoriais de  $P_2$  invariantes por  $T$ .

**Questão 3** (20 pts). Seja  $T : V \rightarrow V$  um operador linear e  $V$  - espaço vetorial de dimensão finita com produto interno. Suponha que o polinômio característico é  $p_c(\lambda) = (\lambda - 1)^6(\lambda - 2)^2$ , polinômio minimal é  $m_T(\lambda) = (\lambda - 1)^3(\lambda - 2)$  e a multiplicidade geométrica do autovalor  $\lambda = 1$  é 3. Responda **justificando**:

- (a) Este operador é diagonalizável?
- (b) Qual é a multiplicidade geométrica do autovalor  $\lambda = 2$ ?
- (c) Ache as possíveis formas de Jordan do operador  $T$ .

Revisão será depois da prova opcional (Segunda, 14/12 as 10:00 na sala 112 do IAD).

Boa prova. Boas férias. Feliz Natal.