PROVA 3 DE ÁLGEBRA LINEAR

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), **matrícula** em cada folha. Não entregue esta folha.

Questão 1 (60 pts.)**.** Seja $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ um operador linear dado por:

$$T(x, y, z, w) = \left(\frac{3x}{2} + \frac{z}{2}, -x + 3y + z, \frac{x}{2} + \frac{3z}{2}, x - z + 3w \right).$$

Faça **justificando**:
(a) Encontre representação matricial de T.
(b) Encontre o polinômio característico de T.
(c) Encontre o polinômio minimal de T.
(d) Encontre os autovalores e autovetores de T.
(e) T é diagonalizavel?
(f) Encontre a forma diagonal de T com a base correspondente.
(g) Calcule T^{12}.
Dica: 1. Palavra justificando esta em negrito. 2. Será que 3 é raiz do polinômio?

Questão 2 (20 pts)**.** Seja $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ um operador linear. Suponha que o polinômio característico é $p_c(\lambda) = (\lambda + 1)^5(\lambda - \pi)^3$, polinômio minimal é $m_T(\lambda) = (\lambda + 1)^3(\lambda - \pi)^2$ e a multiplicidade geométrica do autovalor $\lambda = -1$ é 3. Responda **justificando**:
(a) Quanto vale n?
(b) Este operador é diagonalizavel?
(c) Qual é a multiplicidade geométrica do autovalor $\lambda = \pi$?
(d) Ache as possíveis formas de Jordan do operador T.

Questão 3 (20 pts)**.** Um operador $T : V \to V$ é *nilpotente* se existir um número natural n tal que $T^n = 0_{V \to V}$ (operador nulo em V), isto é, $T \circ T \circ T \cdots \circ T(v) = \overline{0}_V$. O que podemos afirmar sobre os autovalores de T?

Se der tempo de corrigir, a revisão será no horário da próxima aula (08:00 na quinta feira). Procurar no departamento.

Boa prova. Boas férias.