

2º TVC – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – DATA: 25/02/2016	
DISCIPLINA: ÁLGEBRA LINEAR - MAT158 (A)    PROFESSORES: GRIGORI CHAPIRO e PATRÍCIA FONSECA	
NOME LEGIVEL (letra de forma):	
Curso:	Nº DE MATRÍCULA:

Esta prova contém duas questões. A prova deve ser feita **sem consulta** a qualquer material. **Não é permitido** usar **calculadora**. A resolução das questões pode ser feita a lápis. Questões sem desenvolvimento não serão corrigidas.

**Questão 1:** Considere o espaço veorial  $\mathbb{R}^2$ . Dados  $u = (x_1, y_1)$  e  $v = (x_2, y_2)$ , defina  $\langle u, v \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + y_1y_2$ .

- (a) Mostre que  $\langle, \rangle$  acima definido é um produto interno.
- (b) Obtenha o ângulo entre os vetores da base canônica de  $\mathbb{R}^2$ .
- (c) Usando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt, obtenha a partir da base  $\alpha = \{(-1, 1), (1, 1)\}$  uma base ortonormal  $\beta$  de  $\mathbb{R}^2$ , em relação ao produto interno acima definido.

**Questão 2:** Seja  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  um operador linear dado por:  $T(x, y, z, w) = (x + 2z, -x + z, x + y + 2z)$ . Faça **justificando**:

- (a) Encontre representação matricial de  $T$ .
- (b) Encontre o polinômio característico de  $T$ .
- (c) Encontre o polinômio minimal de  $T$ .
- (d) Encontre os autovalores e autovetores de  $T$ .
- (e)  $T$  é diagonalizável?
- (f) Encontre a forma canônica de Jordã de  $T$ .
- (g) Se  $T$  é diagonalizável, encontre a base na qual  $T$  tem a forma diagonal.

**Dica:** 1. Palavra justificando esta em negrito. 2. Será que 1 é raiz do polinômio?