UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Tel: (32)3229-3308 – Fax: (32)3229-3315
E-mail: depto.mat@ufjf.edu.br

Disciplina: Álgebra Linear	**Número de Créditos:** 04
Código: MAT112	**Carga Horária Semanal:** 04 horas-aula
Pré-Requisitos: Não há.	**Carga Horária:** 60 horas-aula

Ementa:

1- Sistemas de Equações Lineares, Matrizes e Determinantes

2- O Espaço Vetorial R^n

3- Transformações Lineares

4- Formas Canônicas

Bibliografia:

BOLDRINI, J. L. **Álgebra Linear**. São Paulo: Harbra, 1980.

CALLIOLI, C. A., DOMINGUEZ, H. H., COSTA, R. **Álgebra Linear e Aplicações**. Atual Editora.

LIPSCHUTZ, S. **Álgebra Linear**. São Paulo: McGraw-Hill, 1981.

STEINBRUCH, A. **Álgebra Linear**. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

Programa Discriminado em Unidades e Sub-unidades:

1- SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES, MATRIZES E DETERMINANTES
Sistemas de equações lineares sobre IR: definição, solução de um sistema, sistema homogêneo, resolução de sistemas por escalonamento. Matrizes sobre IR: matrizes quadrada, diagonal, identidade, triangular superior/inferior, nula, transposta, simétrica, anti-simétrica, operações com matrizes (soma de matrizes, multiplicação de matrizes, multiplicação por escalar), propriedades das operações, matrizes inversíveis, cálculo da matriz inversa usando escalonamento. Determinantes: calculo do determinante de uma matriz, propriedades, caracterização da matriz inversa via determinante.

2- O ESPAÇO VETORIAL IR^n
Definição de espaço vetorial sobre IR. O espaço vetorial IR^n e seus subespaços: combinações lineares de vetores, subespaços gerados, somas de subespaços, dependência e independência linear, base e dimensão, mudança de base. Produto interno em IR^n: ortogonalidade, norma, distância entre vetores, ângulo entre vetores, projeção ortogonal. Espaço vetorial das matrizes $n \times m$ sobre IR.

3- TRANSFORMAÇÕES LINEARES
Definição de transformação linear. Transformações lineares de IR^m em IR^n, entre subespaços vetoriais de IR^n, entre espaços de matrizes, entre subespaços de IR^n e espaços de matrizes. Transformações do plano no plano: expansão/contração, reflexão, rotação e cisalhamento. Núcleo e imagem de uma transformação linear: definições, exemplos (com transformações sobre os espaços estudados), teorema do núcleo e imagem. Transformações lineares injetoras, sobrejetoras e bijetoras: definições, exemplos, relação entre núcleo de uma transformação e injetividade. Isomorfismos: conceito e exemplos. Representação das transformações lineares por matrizes. Operadores lineares e mudança de base: semelhança entre as matrizes que representam o operador com relação a duas bases do espaço. Composição de transformações lineares: definição, exemplos, matrizes representantes. Transformações lineares inversíveis e suas representações matriciais.

4- FORMAS CANÔNICAS
Autovalores e Autovetores de operadores lineares e matrizes. Polinômio característico de matrizes e operadores lineares: definição, exemplos, relação com seus autovalores. Forma diagonal: base formada de autovetores de um operador, representação matricial do operador com relação a essa base, definição de operador diagonalizável, exemplos. Polinômio minimal de matrizes e operadores lineares. Operador diagonalizável e polinômio minimal, exemplos. Forma Canônica de Jordan: descrição do processo de obtenção da Forma e exemplos.

Implantação: Primeiro Semestre Letivo de 2005.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Disciplina: Álgebra Linear

Unidade 1: Sistemas de Equações Lineares, Matrizes e Determinantes

Os objetivos desta unidade são:

- discutir e resolver sistemas lineares sobre IR, pelo método de escalonamento (método de Gauss), sem haver preocupação com o formalismo ou rigor excessivos. (Sugestão: cf. [2] da bibliografia, pp. 02- 11);
- apresentar a associação entre um sistema linear S e sua equação matricial AX = B (Sugestão: cf. [1], pp. 32-36);
- apresentar os conceitos básicos sobre matrizes: noção de matriz; principais matrizes estudadas e utilizadas em Álgebra Linear; operações com matrizes (adição, multiplicação e multiplicação por escalar) (Sugestão: cf. [1], pp. 02–11); definição de matriz inversa e processo de inversão de matrizes via matrizes elementares.(Sugestão: cf. [1], pp. 82-89). Sugere-se demonstrar algumas propriedades de matrizes para casos particulares, considerando que um dos espaços estudados será o espaço vetorial das matrizes de ordem mxn;
- apresentar a definição de determinantes e suas principais propriedades sem haver preocupação com o formalismo e rigor excessivos, onde o cálculo de determinantes será feito por Laplace. (Sugestão: [1], pp. 64-81). Apresentar o teorema de caracterização:
" Uma matriz quadrada A admite uma invesa se, e somente se, $\det A \neq 0$".

Unidade 2: O Espaço Vetorial IR^n

Os objetivos desta unidade são:

- definir espaço vetorial sobre IR sem apresentar a definição de corpo. Apresentar o IR^n como exemplo de espaço vetorial. Definir subespaços vetoriais e discutir os subespaços vetoriais do IR^n . Definir soma, intersecção de subespaços vetoriais e apresentar exemplos;
- apresentar os principais resultados da teoria de espaços vetoriais necessários aos capítulos posteriores. Definir matriz de mudança de base e sua inversa. Apresentar o espaço das matrizes de ordem mxn ;
- apresentar algumas noções de produto interno em IR^n : definição de produto interno e exemplos. Ortogonalidade: definição, exemplos. Norma: definição e propriedades. Ângulos entre vetores.

Unidade 3: Transformações Lineares

Os objetivos desta unidade são:

- definir transformações lineares de IR^m em IR^n;
- apresentar as transformações do plano no plano: expansão (ou contração) uniforme, reflexão em torno do eixo-x , reflexão na origem, rotação de um ângulo θ, cisalhamento horizontal e translação (como exemplo de uma transformação do plano que não é linear).(Sugestão: cf. [1], pp.147-150);
- definir Núcleo e Imagem de uma transformação linear;
- definir transformação injetora, sobrejetora e bijetora e os teoremas correspondentes à teoria de transformações lineares;
- apresentar o conceito de isomorfismo e exemplos;
- apresentar a representação das transformações lineares por matrizes.(Sugestão: cf. [1], pp.157-161);
- apresentar a composição de transformações lineares: definição, exemplos, teoremas e matrizes representantes;
- apresentar as transformações lineares inversíveis: definição, exemplos, matrizes representantes e teoremas. Considerar o caso particular onde T é um operador linear e apresentar as matrizes representantes do operador linear em relação a bases distintas como semelhantes (Sugestão: cf. [1], pp. 163-167).

Unidade 4: Formas Canônicas

Os objetivos desta unidade são:

- apresentar os conceitos de autovalor, autovetor de um operador e de uma matriz e teoremas relacionados;
- apresentar a definição de polinômio característico de um operador e de uma matriz e a relação deste polinômio com seus autovalores. Discutir as definições de multiplicidade algébrica e geométrica de um autovalor;
- discutir a diagonalização de operadores através da determinação de uma base de autovetores;
- discutir se um operador é diagonalizável através da análise do polinômio minimal;
- apresentação da Forma de Jordan (Sugestão: cf. [1], capítulos 6 e 7).