

PRIMEIRO TVC DE CÁLCULO 4

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Escreva seu nome (legível) e matricula em cada folha que entregar.

Questão 1 (20pts). Faça as contas com números complexos, encontre as partes real e imaginária de cada um (5pts cada):

(a) $\sqrt[4]{(4-2i)^*}$; (b) $\exp(\sqrt{-2+2i})$; (c) $\log(-3+3i)$; (c) $\text{Ln}(-3+3i)$.

Questão 2 (20pts). Usando as regras de derivação calcule $f'(z)$ para seguintes funções, indicando regiões onde essa derivada não existe. OBS: tem que deixar claro quais regras foram usadas!

(10pts.) (a) $f(z) = \cos((z-1)^3/z)$;

(10pts.) (b) $f(z) = \text{ch}(e^{2z})$.

Questão 3 (30pts). Usando as relações de Cauchy-Riemann verifique se cada uma das seguintes funções é holomorfa, em caso afirmativo calcule sua derivada:

(15pts.) (a) $f(z) = \text{ch}(2z)$;

(15pts.) (b) $f(z) = (\text{Re}(z))^2 - (\text{Im}(z))^3$.

Questão 4 (30pts). Calcule seguintes integrais:

(15pts.) (a) $\int_C (z \cdot z^*) dz$, onde o caminho C é um segmento de arco $2e^{i\theta}$ que liga o ponto $z_0 = 2$ ao ponto $z_1 = 2i$.

(15pts.) (b) $\oint_C \frac{\text{sh}(z)}{(z-1)^2 z} dz$, onde $f(z)$ é o caminho C esta indicado na figura abaixo:

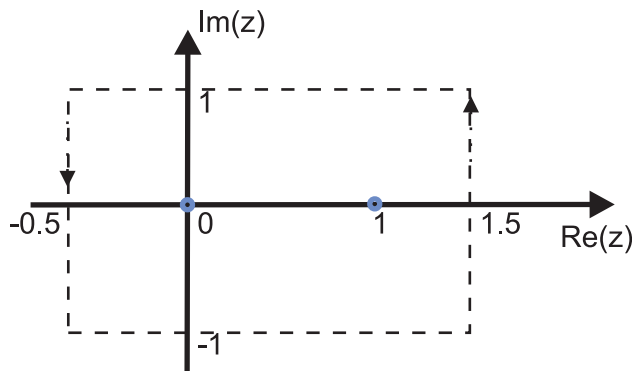


FIGURA 1. Caminho (linha tracejada), orientação esta indicada com a seta.

Integral de Cauchy generalizada: $\frac{n!}{2\pi i} \oint_{\Gamma} \frac{g(z)}{(z-z_0)^{n+1}} = g^{(n)}(z_0)$.