UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESSORA: JOANA DARC A. S. DA CRUZ

LISTA DE EXERCÍCIOS DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS I - SÉRIES DE FUNÇÕES

1. Determine o intervalo de convergência de cada uma das séries abaixo:

   (a) $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n}$

   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{3^n n^2}$

   (c) $\sum_{n=0}^{\infty} (2n+8)^3 x^{2n+1}$

   (d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x+3)^n}{5^{2n}}$

   (e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{3^n(n+1)}}{n^2+1} x^{2n}$

   (f) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{\log n}$

   (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{(2n)!}$

   (h) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^n}{(n+1)2^n}$

   (i) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)!(x-5)^n}{10^n}$

   (j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-e)^n \ln n}{n e^n}$

2. Mostre que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} = 2$

   Sugestão: Considere o desenvolvimento, em potências de x, de xf', onde $f = (1-x)^{-1}$.

3. Obtenha os desenvolvimentos indicados abaixo.

   (a) $\frac{1}{x}$ em potências de $(x+1)$

   Sugestão: $\frac{1}{x} = \frac{1}{(x+1)-1} = \frac{-1}{1-(x+1)}$.

   (b) $\frac{4}{3x}$ em potências de $(x-2)$

(c) $\dfrac{3x}{2x-1}$ em potências de $(x-1)$.

Sugestão: $\dfrac{3x}{2x-1} = [3(x-1)+3]\dfrac{1}{1+2(x-1)}$

(d) $(1+x)^{-3}$ em potências de x.

4. Identifique as funções definidas pelas séries de potências dadas.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)x^n$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(n+2)\frac{x^n}{2^{n+1}}$

5. Obtenha a série de potências de x para:

(a) $f(x) = \dfrac{x}{2-3x}$

(b) $\dfrac{1}{x^2-3x+2}$

(c) $f(x) = \displaystyle\int_0^x \ln(1+t^2)\ dt$

6. Expanda as funções abaixo em séries de potências de $(x-a)$.

(a) $f(x) = \dfrac{1}{(1+x)^2}$, $a=0$

(b) $f(x) = e^{-2x}$, $a=-1$

(c) $f(x) = \ln(x+2)$, $a=1$.

7. Façam os exercícios da Seção 2.4 do nosso livro texto.