

1ª PROVA DE MÉTODOS MATEMÁTICOS 07/04/2015

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha.

Todas as soluções tem que ser justificadas!

Questão 1. Responda **justificando** verdadeiro ou falso para cada um dos itens abaixo

- (a) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $T(x, y) = (x - 1, y + x)$ é uma transformação linear.
- (b) Existe uma transformação linear $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sobrejetiva com a dimensão do núcleo maior que a dimensão da imagem.
- (c) Existe uma transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ cujo núcleo é $[(1, 2, 3)]$.

Questão 2. Dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

- (a) Encontre o polinômio característico de A .
- (b) Encontre o polinômio minimal de A .
- (c) Encontre forma canônica de Jordan de A .
- (d) A é diagonalizável?

Questão 3. Dada a EDO: $y''' - 2y'' + y' = 0$.

- (a) Classifique essa EDO (tudo que souber).
- (b) Encontre o conjunto fundamental de soluções.
- (c) Use o Wronskiano para verificar que o conjunto encontrado no item (b) é, de fato, base de um espaço vetorial.
- (d) Resolva a EDO anterior com o PVI: $y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 3$.

Questão 4. Considere o PVI:

$$\sin^2(t)y' + \cos(t)y^2 = 0.$$

- (a) Determine intervalos nos quais a EDO possui solução única.
- (b) Encontre a solução geral dessa EDO.

Questão 5. Encontre uma solução particular para a EDO: $y'' + 2y' - y = 2 \cos(t)$.