2^a PROVA DE MÉTODOS MATEMÁTICOS 21/05/2015

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha.
Todas as soluções tem que ser justificadas!

Questão 1. Dada a função $f(x) = x^2$:
(a) Esta função é admissível do ponto de vista da Transformada de Laplace?
(b) Usando a **definição** calcule a Transformada de Laplace de $f(x)$.

Questão 2. Usando a Transformada de Laplace resolva o PVI: $y'' - 2y - 5 = 2e^{-x}, \quad y(0) = y'(0) = 0$.

Questão 3. Diga se é verdadeiro (**justificando**) ou falso **(contra-exemplo)**:
(a) Existem duas função periódicas cujo produto não é uma função periódica.
(b) A função $f(x) = \cos(x)$ definida no intervalo $0 < x < L$ pode ser escrita como uma série de Fourier de senos.
(c) A função $f(x) = (e^x)^{2,5}$ é admissível do ponto de vista da Transformada de Laplace.

Questão 4. A função $f(x)$ esta definida no intervalo $-L < x < 0$ por $f(x) = x$, onde $L > 0$.
(a) Represente a função $f(x)$ por meio de uma série de Fourier de cossenos.
(b) Faça o gráfico do prolongamento usado acima.
(c) Derive a série obtida na letra anterior termo a termo, interprete o resultado sabendo tudo que aprendeu sobre séries de Fourier.

Questão 5. Usando o método de separação de variáveis e as séries de Fourier resolva o problema de valor inicial e de fronteira (PVIF) dado a seguir:

$$u_{tt} - u_{xx} = 0,\ x \in \mathbb{R}, \quad u(0,t) = 0, \quad u(2,t) = 0, \qquad t > 0;$$
$$u(x,0) = \text{sen}(\pi x), \qquad 0 < x < 2, \quad u_t(x,0) = \cos(\pi x), \quad 0 < x < 2.$$

$f(x) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$	$f(x) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$
1	$\frac{1}{s},\ s > 0$	$\exp(ax)$	$\frac{1}{s-a},\ s > a$
$x^n,\ n \in \mathbb{Z}_+$	$\frac{n!}{s^{n+1}},\ s > 0$	$sen(ax)$	$\frac{a}{s^2+a^2},\ s > 0$
$cos(ax)$	$\frac{s}{s^2+a^2},\ s > 0$	$sh(ax)$	$\frac{a}{s^2-a^2},\ s > \|a\|$
$ch(ax)$	$\frac{s}{s^2-a^2},\ s > \|a\|$	$e^{ax}sen(bx)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2},\ s > a$
$e^{ax}cos(bx)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2},\ s > a$	$u_c(x)$	$\frac{e^{-cs}}{s},\ s > 0$
$u_c(x)f(x-c)$	$e^{-cs}F(s)$	$e^{cx}f(x)$	$F(s-c)$
$f(cx)$	$\frac{1}{c}F\left(\frac{s}{c}\right),\ c > 0$	$\frac{x^{n-1}e^{kx}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(s-k)^n},\ 1 \le n,\ k < s$

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(x)\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0^+) - \ldots - f^{(n-1)}(0^+)$$
$$\mathcal{L}\left\{\int_0^x f(x-t)g(t)dt\right\} = \mathcal{L}\{f(x)\}\,\mathcal{L}\{g(x)\} = F(s)G(s)$$