2^a PROVA DE MÉTODOS MATEMÁTICOS 02/06/2011

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha.
Todas as soluções tem que ser justificadas!

Questão 1 (20pts). Dada a função $f(x) = u_\pi(x)cos(2x)$:
(a) Esta função é admissível do ponto de vista da Transformada de Laplace?
(b) Usando a **definição** calcule a Transformada de Laplace de $f(x)$.

Questão 2 (20pts). Usando a transformada de Laplace resolva o PVI:
$y'' + 2y = e^{-x} + sen(2x), \quad y(0) = y'(0) = 0.$

Questão 3 (20pts). Diga se é verdadeiro (**justificando**) ou falso **(contra-exemplo)**:
(a) Toda função seccionalmente contínua possui transformada de Laplace.
(b) A função xe^x é admissível (para Transformada de Laplace).
(c) A função $f(x) = x^4$ definida para $2 < x < 5$ pode ser escrita como uma série de senos.

Questão 4 (20pts). A função $f(x)$ esta definida no intervalo $0 < x < L$ por $f(x) = x$.
(a) Represente a função $f(x)$ por meio de uma série de Fourier de senos.
(b) Faça o gráfico do prolongamento usado acima.
(c) Usando o resultado obtido determine a série de Fourier da função $g(x) = x^2$, $0 < x < L$.

Questão 5 (20pts). Usando o método de separação de variáveis e as séries de Fourier resolva o problema de valor inicial e de fronteira (PVIF) dado a seguir:

$$u_{tt} - u_{xx} = 0,\ x \in \mathbb{R}, \quad u(0,t) = 0, u(1,t) = 0,\ t > 0,$$
$$u(x,0) = 0,\ 0 < x < 1, \quad u_t(x,0) = sen(2x\pi),\ 0 < x < 1.$$

$f(x) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$	$f(x) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$
1	$\frac{1}{s},\ s > 0$	$\exp(ax)$	$\frac{1}{s-a},\ s > a$
$x^n,\ n \in \mathbb{Z}_+$	$\frac{n!}{s^{n+1}},\ s > 0$	$sen(ax)$	$\frac{a}{s^2+a^2},\ s > 0$
$cos(ax)$	$\frac{s}{s^2+a^2},\ s > 0$	$sh(ax)$	$\frac{a}{s^2-a^2},\ s > \|a\|$
$ch(ax)$	$\frac{s}{s^2-a^2},\ s > \|a\|$	$e^{ax}sen(bx)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2},\ s > a$
$e^{ax}cos(bx)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2},\ s > a$	$u_c(x)$	$\frac{e^{-cs}}{s},\ s > 0$
$u_c(x)f(x-c)$	$e^{-cs}F(s)$	$e^{cx}f(x)$	$F(s-c)$
$f(cx)$	$\frac{1}{c}F\left(\frac{s}{c}\right),\ c > 0$	$\frac{x^{n-1}e^{kx}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(s-k)^n},\ 1 \leq n,\ k < s$

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(x)\} = s^nF(s) - s^{n-1}f(0^+) - \ldots - f^{(n-1)}(0^+)$$
$$\mathcal{L}\left\{\int_0^x f(x-t)g(t)dt\right\} = \mathcal{L}\{f(x)\}\ \mathcal{L}\{g(x)\} = F(s)G(s)$$