2^a PROVA DE EDO 29/11/2011

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha.
Todas as soluções tem que ser justificadas!

Questão 1. Seja $Y = (Y_1, Y_2)$ um campo dado por

$$\begin{cases} Y_1 = -y + x(x^2+y^2)\cos\left(\dfrac{\pi}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) \\ Y_2 = -x + y(x^2+y^2)\cos\left(\dfrac{\pi}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) \end{cases}$$

Dica: usar produto interno usual.

Questão 2. Considere a curva integral em $\mathbb{R}^3$ dada por :

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{t^2}{t^2+1} cos(t) \\ y(t) = \dfrac{t^2}{t^2+1}\operatorname{sen}(t) \\ z(t) = \cos(\exp(-t^2)). \end{cases}$$

Tome o ponto $P = (x(0), y(0), z(0))$. (a) Faça um esboço do fluxo. (b) Encontre $\omega(P)$. (c) $\omega(P)$ é compacto? (d) $\omega(P)$ é conexo? (e) $\omega(P)$ possui pontos singulares? (f) $\omega(P)$ é uma órbita fechada?

Questão 3. Seja X um campo de classe C^1 em $\mathbb{R}^2$ e γ - órbita de X. Prove que se γ não é singularidade nem órbita periódica, então $\omega(\gamma) \cap \alpha(\gamma) = \emptyset$, ou é um ponto singular.

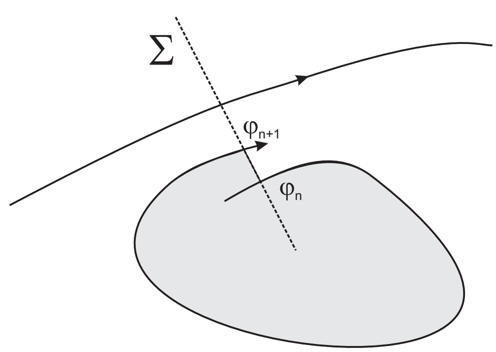

Figura 0.1. Procure compacto invariate.

Questão 4. Seja γ uma órbita do campo autônomo X. Prove que o ω-limite de γ é invariante para as hipóteses para γ e X mais gerais que conseguir.