

OPCIONAL DA 2ª PROVA DE EDO 08/12/2011

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha.
Todas as soluções tem que ser justificadas!

Questão 1. Seja $Y = (Y_1, Y_2)$ um campo dado por

$$\begin{cases} Y_1 = -y + x(x^2 + y^2) \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \\ Y_2 = x + y(x^2 + y^2) \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \end{cases}$$

Dica: usar produto interno usual.

Questão 2. Considere o campo \mathbb{R}^3 dado por :

$$\begin{cases} x' = y + x(1 - x^2 - y^2) \\ y' = -x + y(1 - x^2 - y^2) \\ z' = \text{sen}(1 - x^2 - y^2). \end{cases}$$

Tome o ponto $P = (x(0), y(0), z(0))$. (a) Faça um esboço do fluxo. (b) Encontre $\omega(P)$. (c) $\omega(P)$ é compacto? (d) $\omega(P)$ é conexo? (e) $\omega(P)$ possui pontos singulares? (f) $\omega(P)$ é uma órbita fechada? (g) É possível descobrir o campo que gera o fluxo?

Questão 3. Seja X um campo de classe C^1 em \mathbb{R}^2 e γ - órbita de X . Prove que se γ não é singularidade nem órbita periódica, então $\omega(\gamma) \cap \alpha(\gamma) = \emptyset$, ou é um ponto singular.

Questão 4. Seja γ uma órbita do campo autônomo X . Prove que o ω -limite de γ é invariante para as hipóteses para γ e X mais gerais que conseguir.