1^a PROVA DE EDO 03/05/2011

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha.
Todas as soluções tem que ser justificadas!

Questão 1. Encontre todas as matrizes reais $A \in M_{n\times n}$ diferentes de I tais que $A^3 = I$. (Dica: classifique as 2×2 primeiro, depois generalize)

Questão 2. Resolva o PVI: $y''' - y'' - y' + y = e^{4t}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = -1$.

Questão 3. Seja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{E} \to \mathbb{E}$, contínua, periódica $f(t, x) = f(t + 1, x)$ e Lipschitziana no intervalo $[0, 1]$. Prove que toda solução $\phi(t, t_0, x_0)$, $t \in \mathbb{R}$ é periódica com $\phi(t, t_0, x_0) = \phi(t + 1, t_0 + 1, x_0)$.

Questão 4. Seja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ contínua. Suponha que existem duas soluções $\phi_1, \phi_2 : [0, 1] \to \mathbb{R}$ de

$$x' = f(t, x) \tag{0.1}$$

tais que Graf(ϕ_1)∩Graf(ϕ_1) $= \{(0, p), (1, q)\}$, com p e q - reais. O conjunto Graf(ϕ_1)∪Graf(ϕ_1) é fronteira de uma região D homeomorfa a um disco. Prove que para todo $d \in D$ existe uma solução ϕ de (0.1) tal que seu gráfico contém $(0, p)$, $(1, q)$ e d.

Questão 5. Dada uma EDO $x' = f(t, x, \lambda)$ (f - função contínua) com a solução $\phi(t, t_0, x_0, \lambda_0)$. Usando o resultado sobre a dependência contínua de soluções dos dados iniciais, prove a dependência contínua dos dados iniciais e parâmetros.
Dica: 1. Enuncie o resultado de dependência contínua da solução dos dados iniciais.
2. Enuncie o resultado de dependência contínua da solução dos dados iniciais e parâmetros.
3. Encontre a relação de um com outro.

Questão 6. Considere que a EDO linear de coeficientes constantes $x' = Ax$ é um atrator, prove que o seu fluxo leva qualquer volume em um volume menor.