2^a PROVA DE EDO 18/12/2015

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha.

Questão 1. Para as equações a seguir determine e classifique os pontos singulares. Desenhe o retrato de fase.

- $x'' + x^2 + x^3$.
- $x'' + \sin(x) = 0$.

Questão 2. Mostre que a conjugação topológica leva singularidade em singularidade e órbita periódica em órbita periódica do mesmo período.

Questão 3. Seja $f : \Delta \to \mathbb{R}^2$ um campo de vetores definido em uma vizinhança do anel $A = p \in \mathbb{R}^2 \, |1 \leq |p| \leq 2$ e que é transversal a cada segmento radial do anel A, ou seja, cada segmento radial de A é uma seção transversal local de f. Supondo que o campo f aponte para dentro do anel ao longo da fronteira de A, mostre que existe ao menos uma órbita periódica de f contida no interior de A.

Questão 4. (a) Enuncie o Teorema de Lienard. (b) Dê apenas uma ideia geral da demonstração (em palavras, pode usar figura). (c) Use o Teorema de Lienard para provar que a EDO $x'' + (x^6 - x^2)x' + x = 0$ possui orbita periódica.