UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESSORES: GRIGORI CHAPIRO E JOANA DARC.
NOME:

1ª PROVA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS I - 04/04/2012

Esta prova contém 5 questões distribuídas em 5 páginas.
Questões abertas sem justificativas não serão consideradas.

Questão 1. Determine se a sequência converge ou diverge.

(a) $\left\{ \dfrac{\mathbf{n}}{\ln \mathbf{n}} \right\}_{\mathbf{n}\in\mathbb{N},\, \mathbf{n}>\mathbf{1}}$

(b) $\left\{ (-\mathbf{1})^{\mathbf{n}} \, \dfrac{\cos(\mathbf{n^2})}{\mathbf{n}} \right\}_{\mathbf{n}\in\mathbb{N}}$

Questão 2. Determine se a série numérica converge ou diverge.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{sen}(1/n)$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+3}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{n}$

(d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+2}{2n+1}\right)^n$

Questão 3. Sabe-se que a série numérica $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é tal que a soma parcial dos n primeiros termos é dada pela relação

$$s_n = \frac{(2n-1)^2}{(3n+2)(n+3)}.$$

A série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente? Em caso afirmativo, é possível determinar para quanto ela converge?

Questão 4. Considere a série de potências

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\ 4^n}{n} \quad (x-3)^n.$$

(a) Determine o raio de convergência da série.
(b) Determine o intervalo máximo de convergência da série.

Questão 5. Considere a função $f(x) = \dfrac{1}{(1+2x)^2}$. Determine série de Taylor de f em torno de $x_0 = -1$.