

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESSORES: GRIGORI CHAPIRO E JOANA DARC.  
**NOME:**

1ª PROVA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS I - 2ª CHAMADA - 11/04/2012

**Esta prova contém 5 questões distribuídas em 5 páginas.  
Questões abertas sem justificativas não serão consideradas.**

**Questão 1.** Determine se a sequência converge ou diverge.

(a)  $\left\{ (-1)^n \frac{\text{sen}(n^3 + 1)}{n^2} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$

(b)  $\left\{ \frac{a^n}{n} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$ , com  $a \in \mathbb{R}$  e  $a \geq 1$

**Questão 2.** Determine se a série numérica converge ou diverge.

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{3-2n}$

(b)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n)}$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2 + 3}$

(d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)^n}$

**Questão 3.** Sabe-se que a série numérica  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  é tal que a soma parcial dos  $n$  primeiros termos é dada pela relação

$$s_n = \frac{2n}{3n+1}.$$

(a) Determine  $a_n$ .

(b) A série  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  é convergente? Em caso afirmativo, é possível determinar para quanto ela converge?

**Questão 4.** Considere a série de potências

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n\sqrt{n}} (x - 3/2)^n.$$

- (a) Determine o raio de convergência da série.
- (b) Determine o intervalo máximo de convergência da série.

**Questão 5.** Considere a função  $f(x) = \frac{1}{(1-2x)^2}$ . Determine a série de Taylor de  $f$  em torno de  $x_0 = 1$ .