

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESSORES: GRIGORI E JOANA DARC
NOME:

2ª PROVA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS I - 2ª CHAMADA - 16/05/2012

**Esta prova contém 5 questões distribuídas em 4 páginas.
Questões abertas sem justificativas não serão consideradas**

Questão 1. A equação diferencial

$$4y + 15xy^2 - 49x^3y = -(3x + 12yx^2 - 21x^4)\frac{dy}{dx}$$

tem um fator integrante da forma $\mu(x, y) = x^m y^n$. Os valores de m e n são:

- (a) $m = 3$ e $n = 4$.
(b) $m = 3$ e $n = 2$.
(c) $m = 2$ e $n = -3$.
(d) $m = 2$ e $n = 3$.
(e) $m = -3$ e $n = 2$.

Questão 2. Determine a solução geral da equação diferencial

$$e^x y \frac{dy}{dx} - e^{-y} = e^{-2x-y}.$$

Questão 3. Considere a equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 - y^2}.$$

- (a) Determine a solução geral da equação.
- (b) Que condições x_0 e y_0 devem satisfazer para se garantir que existe uma única solução da equação que passa pelo ponto (x_0, y_0) ?

Questão 4. Resolva o PVI

$$\begin{cases} (2x \operatorname{sen}(y) + e^x \cos(y))dx + (x^2 \cos(y) - e^x \operatorname{sen}(y))dy = 0, \\ y(0) = \pi/4. \end{cases}$$

Questão 5. Uma xícara de café é apoiada numa base aquecida que supostamente mantém o café quente. A temperatura do café T em função do tempo t é dada pela seguinte equação

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0) + U,$$

onde U é uma constante que depende do calor fornecido pela base, k é a condutividade térmica e T_0 é a temperatura ambiente.

Sabemos que $U = 40$, $k = 2$, $T_0 = 21^\circ$ e que a temperatura inicial ($t = 0$) do café era de 63° , determine a temperatura do café no tempo $t = \ln(2)/k$.