

Prova 2 – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – DATA: 31/05/2019

DISCIPLINA: Métodos Matemáticos PROFESSORES: Grigori Chapiro & Sandro R. Mazorche

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha. A prova deve ser feita **sem consulta** a qualquer material. A resolução das questões pode ser feita a lápis desde que seja LEGÍVEL. Questões sem desenvolvimento não serão corrigidas.

**Questão 1:** Resolva a EDO:  $x^2y'' + 2xy' + 2y = x^2$ .

**Questão 2:** A função  $f(x)$  esta definida no intervalo  $0 < x < L$  por  $f(x) = -x$ , onde  $L > 0$ .

(a) Represente a função  $f(x)$  por meio de uma série de Fourier de senos.

(b) Faça o gráfico do prolongamento usado acima.

**Questão 3:** Usando o método de separação de variáveis e as séries de Fourier resolva o problema de valor inicial e de fronteira (PVIF) dado a seguir:

$$\begin{aligned} u_{tt} - 2u_{xx} &= 0, & x \in \mathbb{R}, \\ u(0, t) &= 0, \quad u(\pi, t) = 0, & t > 0; \\ u(x, 0) &= -|x|, & 0 < x < 1, \\ u_t(x, 0) &= 0, & 0 < x < 1. \end{aligned}$$

$f(x) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$	$f(x) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$
1	$\frac{1}{s}, s > 0$	$\exp(ax)$	$\frac{1}{s-a}, s > a$
$x^n, n \in \mathbb{Z}_+$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$	$\text{sen}(ax)$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, s > 0$
$\cos(ax)$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, s > 0$	$\text{sh}(ax)$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, s >  a $
$\text{ch}(ax)$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, s >  a $	$e^{ax}\text{sen}(bx)$	$\frac{b}{(s-a)^2 + b^2}, s > a$
$e^{ax}\cos(bx)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + b^2}, s > a$	$u_c(x)$	$\frac{e^{-cs}}{s}, s > 0$
$u_c(x)f(x-c)$	$e^{-cs}F(s)$	$e^{cx}f(x)$	$F(s-c)$
$f(cx)$	$\frac{1}{c}F\left(\frac{s}{c}\right), c > 0$	$\frac{x^{n-1}e^{kx}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(s-k)^n}, 1 \leq n, k < s$

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(x)\} = s^n F(s) - s^{n-1}f(0^+) - \dots - f^{(n-1)}(0^+)$$

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^x f(x-t)g(t)dt\right\} = \mathcal{L}\{f(x)\}\mathcal{L}\{g(x)\} = F(s)G(s)$$