PROVA 1 DE ÁLGEBRA LINEAR

PROF. GRIGORI CHAPIRO

(Escreva seu nome (**legível!**) em cada folha que entregar.)

Questão 1 (30 pts.). Considere o espaço vetorial P_3 formado por polinômios de grau menos ou igual a 3 com operações de soma e multiplicação por escalar usuais. Seja $W = \{p(x) \in P_3, p(3) = 0\}$.
(a) Mostre que W é um subespaço vetorial de P_3.
(b) Encontre uma base de W. Qual é a dimensão de W?

Questão 2 (20 pts). Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ com operações de soma e multiplicação por escalar usuais. Seja $W = [u_1, u_2, u_3, u_4]$, onde $u_1 = (1, 0, -1, 0)$, $u_2 = (1, 0, 1, 1)$, $u_3 = (-1, 1, -1, 2)$, $u_4 = (1, 1, -1, 3)$. Encontre uma base para W.

Questão 3 (20 pts). Dadas duas bases de $\mathbb{R}^3$ com produto interno usual: $\alpha = \{(1, -1, 0), (-1, -1, 0), (0, 0, 1)\}$ e $\beta = \{(1, 0, -1), (0, 2, 0), (1, 0, 1)\}$:
(a) Prove que α e β são bases ortogonais.
(b) Encontre a matriz mudança de base de α para β.

Questão 4 (30 pts). Prove ou de contra-exemplo:
(a) Todo conjunto ortogonal finito é LI.
(b) O subconjunto $W = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$, onde $u_1 = (1, 0, -1, 0)$, $u_2 = (1, 0, 1, 1)$, $u_4 = (2, 0, 0, 1)$ é LI.
(c) A intercessão dos subespaços vetoriais W_1 e W_2 de $\mathbb{R}^3$;

$$W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; 3x + 2y - z = 0\}; \quad W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; 3y + z = 0\};$$

é um plano.