Universidade Federal de Juiz de Fora

1º **TVC** – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – DATA: 17/12/2015	
DISCIPLINA: ÁLGEBRA LINEAR - MAT158 - Turma A	**PROFESSOR:** GRIGORI CHAPIRO
NOME LEGIVEL (letra de forma):	
Curso:	**Nº DE MATRÍCULA:**

Esta prova contém cinco questões. A prova deve ser feita **sem consulta** a qualquer material. **Não é permitido** usar **calculadora**. A resolução das questões pode ser feita a lápis. Questões sem desenvolvimento não serão corrigidas.

Questão 1: Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ com operações de soma e multiplicação por escalar usuais.
Seja $W = [(1,3,4,1),(0,-3,2,1),(0,1,0,1),(1,2,6,4)]$.
(a) Mostre que W é um subespaço vetorial de $\mathbb{R}^4$.
(b) Encontre uma base de W. Qual é a dimensão de W?

Questão 2: Seja $W = [(2,1,-1),(-1,2,0)]$ subespaço de $\mathbb{R}^3$.
(a) Encontre base ortogonal de W.
(b) Encontre $W^\perp$ - o complemento ortogonal de W.
(c) Usando itens (a) e (b) encontre uma base ortogonal de $\mathbb{R}^3$.

Questão 3: Para cada um dos itens abaixo, responda **justificando** se a aplicação dada é uma transformação linear:
(a) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $T(x, y, z) = (x - y, 0)$.
(b) $S : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $T(x, y, z) = (\sqrt{x^2}, y)$.
(c) $R : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^3$, $T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (a_1 - 2, a_2, 0)$.
(d) $W : \mathbb{R} \to \mathcal{M}_{2\times 2}$, $W(x) = \begin{bmatrix} x & -x \\ -x & x \end{bmatrix}$.

Questão 4: Para as transformações lineares encontradas na questão anterior, encontre o núcleo e imagem.