2^a chamada geral – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – DATA: 01/03/2016	
DISCIPLINA: ÁLGEBRA LINEAR - MAT158 (A)	**PROFESSORES:** GRIGORI CHAPIRO e PATRÍCIA FONSECA
NOME LEGIVEL (letra de forma):	
Curso:	**Nº DE MATRÍCULA:**

A prova deve ser feita **sem consulta** a qualquer material. **Não é permitido** usar **calculadora**. A resolução das questões pode ser feita a lápis. Questões sem desenvolvimento não serão corrigidas.

COMO FUNCIONA?

☐ Se você está fazendo 2^a chamada do TVC 1: faça questões 1, 2, 3 e 4.
☐ Se você está fazendo 2^a chamada do TVC 2: faça questões 4, 5 e 6
☐ Se você está fazendo 2^a chamada dos questionários do Moodle: faça questões 1, 2, 4 e 5.

NÃO ESQUEÇA DE MARCAR E ESCREVER QUAL TESTE VOCÊ ESTÁ FAZENDO!

Questão 1: Seja $W = [(3, 2, -2), (1, -4, 0), (1, -1, -1)]$ subespaço de $\mathbb{R}^3$.
(a) Encontre base de W.
(b) Encontre $W^{\perp}$ - o complemento ortogonal de W.
(c) Encontre a base de $W^{\perp}$.

Questão 2: Para cada um dos itens abaixo, responda **justificando** se a aplicação dada é uma transformação linear:
(a) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (x - y, \ln(e^x), z - x)$.
(b) $S : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $S(x, y, z) = ((\sqrt{x})^2, y)$.
(c) $R : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^3$, $R(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (a_1, a_2, a_1)$.
(d) $W : \mathcal{P}_2 \to \mathcal{M}_{2\times2}$, $W(a_0 + a_1x + a_2x^2) = \begin{bmatrix} a_0 & 0 \\ 0 & a_1 \end{bmatrix}$.

Questão 3: Falso ou verdadeiro? Justifique.
(a) Existe uma transformação linear sobrejetiva $T : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_2$.
(b) O conjunto $\alpha = \{(1, 2, 3), (3, 0, -1), (-2, -1, 0)\}$ é ortogonal.
(c) Existe uma transformação linear injetiva $T : \mathcal{P}_3 \to \mathbb{R}^2$.

Questão 4: Considere duas bases de $\mathbb{R}^3$: $\alpha = \{(1, 2, 3), (3, 2, 1), (-1, 0, 1)\}$ e $\{(2, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 2)\}$.
(a) Encontre sa matrizes de mudança de base $[I]^{\alpha}_{\beta}$ e $[I]^{\beta}_{\alpha}$.
(b) Se $T(x, y, z, w) = (3x - 3y - 4z, 3y + 5z, y - z)$, encontre $[T]^{\alpha}_{\alpha}$.

Questão 5: (a) Defina autovalor e autovetor de um operador linear T.
(b) Se $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 1$ são autovalores de um operator linear $T : \mathbb{R}^7 \to \mathbb{R}^7$ associado aos vetores $u = (2, 1, 1, 0, 0, 0, -1)$ e $v = (2, 1, 3, 0, 0, 0, 1)$, respectivamente, determine $T(v - u)$.

Questão 6: Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear dado por: $T(x, y, z, w) = (3x - 3y - 4z, 3y + 5z, y - z)$. Faça **justificando**:
(a) Encontre representação matricial de T.
(b) Encontre o polinômio característico de T.
(c) Encontre o polinômio minimal de T.
(d) Encontre os autovalores e autovetores de T.
(e) T é diagonalizavel?
(f) Encontre a forma canônica de Jorndan de T.
(g) Se T é diagonalizavel, encontre a base na qual T tem a forma diagonal.

Dica: 1. Palavra justificando esta em negrito. 2. Será que 3 é raiz do polinômio?