SEGUNDO TVC DE CÁLCULO 4

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (EM LETRA DE FORMA, LEGÍVEL!), Matricula

(Escreva seu nome em cada folha que entregar.)

Questão 1 (30pts)**.** Dada a função $f(x) = x\ sen(x)$, $-\pi < x < \pi$, periódica de período 2π,
(a) Faça o gráfico da função f no intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.
Determine se esta função é par ou ímpar.
Responda (justificando) se a série de Fourier da f teria uma forma especial;
(b) Encontre a série de Fourier que representa $f(x)$.

Questão 2 (30pts)**.** Usando o prolongamento represente a função $f(x) = L - x$ com $0 < x < L$ por meio de uma série de Fourier de cossenos e faça o gráfico do prolongamento.

Questão 3 (20pts)**.** Para os ítens a seguir diga se é verdadeiro ou falso, justificando a sua resposta:
(a) Dada a função $f(x) = sen(x^2)cos(x)$, $-\pi < x < \pi$, periódica de período 2π a sua série de Fourier é uma série de cossenos.
(b) A função $f(x) = x^2$ definida para $5 < x < 7$ não pode ser escrita como uma série de senos.
(c) Quando a série de Fourier de uma função periódica possui todos os coeficientes a_n iguais a zero, significa que a função é par.
(d) Função

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 < x < 1; \\ 0, & x = 0; \\ 0, & x = 1, \end{cases}$$

periódica de período 1 possui série de Fourier.

Questão 4 (20pts)**.** Usando o método de separação de variáveis e as séries de Fourier resolva o problema de valor inicial e de fronteira (PVIF) dado a seguir:

$$u_t = u_{xx},\ x \in \mathbb{R},$$
$$u(0,t) = 0, u(1,t) = 0,\ t > 0,$$
$$u(x,0) = 0,\ 0 < x < 1.$$

Boa prova!

Dica:

$$sen(x)\ cos(x) = \frac{sen(2x)}{2}$$