

SEGUNDO TVC DE CÁLCULO 4

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Escreva seu nome (legível) e matricula em cada folha que entregar.

Não entregar esta folha.

Questão 1 (30pts). A função $f(x)$ esta definida no intervalo $-\pi < x < \pi$ por $f(x) = x \cos(x)$, é periódica de período 2π ,

(a) Faça o gráfico da função f no intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.

Determine se esta função é par ou ímpar.

Responda (justificando) se a série de Fourier da f teria uma forma especial;

(b) Encontre a série de Fourier que representa $f(x)$.

Questão 2 (30pts). A função $f(x)$ esta definida no intervalo $0 < x < L$ por $f(x) = x$.

Usando o prolongamento represente a função $f(x)$ por meio de uma série de Fourier de senos.

Faça o gráfico do prolongamento acima.

Questão 3 (20pts). Para os itens a seguir diga se é verdadeiro ou falso, justificando a sua resposta:

(a) A função $f(x) = \text{sen}(x^2)\cos(x)$, $-\pi < x < \pi$, periódica de período 2π pode ser representada pela série de Fourier.

(b) A função $f(x) = -x^2$ definida para $2 < x < 5$ não pode ser escrita como uma série de senos.

(c) Se a função $f(x)$ é ímpar então a função $|f(x)|^2$ é par.

(d) O menor período comum entre as funções $\text{sen}(3x)$, $\cos(6x)$ e $\text{sen}(3x)\cos(6x)$ é 2π .

Questão 4 (20pts). Usando o método de separação de variáveis e as séries de Fourier resolva o problema de valor inicial e de fronteira (PVIF) dado a seguir:

$$u_t = u_{xx}, \quad x \in \mathbb{R},$$

$$u(0, t) = 0, u(\pi, t) = 0, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = \text{sen}(x), \quad 0 < x < \pi.$$

Boa prova!

Dica: Resolver integrais das funções do tipo $\text{sen}(x)\cos(x)$ é complicado a menos que você use fórmulas trigonométricas.