PROVA OPCIONAL DE CÁLCULO 4

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (em letra de forma, legível), e **matrícula** em cada folha que entregar.

Questão 1 (30pts)**.** Dada a função complexa $f(z) = sh(5i \cdot z)$:
(a) Use as relações de Cauchy-Riemann para verificar se $f(z)$ é analítica.
(b) Usando as regras de derivação calcule a $f'(z)$. (Deixe claro quais regras foram usadas)

Questão 2 (20pts)**.** A função $f(x) = x^2$ está definida no intervalo $[0, 1]$.
(a) Usando $f(x)$ construa uma função-prolongamento ímpar de período 2.
(b) Faça o gráfico do prolongamento no intervalo $[-2, 2]$.
(c) Calcule a série de Fourier (SdF) de $f(x)$ correspondente a este prolongamento.
(d) Verifique se a SdF do item (c) representa $f(x)$.

Questão 3 (30pts)**.** Usando a transformada de Laplace resolva o PVI: $y''' + y' = e^x$, $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$.

Questão 4 (20pts)**.** Usando o método de separação de variáveis e as séries de Fourier resolva o problema de valor inicial e de fronteira (PVIF) dado a seguir:

$$
\begin{aligned}
&u_t - u_{xx} = 0,\ x \in \mathbb{R},\\
&u(0,t) = 0, u(1,t) = 0,\ t > 0,\\
&u(x,0) = sen(x\pi),\ 0 < x < 1.
\end{aligned}
$$

$f(x) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$	$f(x) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$
1	$\frac{1}{s},\ s > 0$	$\exp(ax)$	$\frac{1}{s-a},\ s > a$
$x^n,\ n \in \mathbb{Z}_+$	$\frac{n!}{s^{n+1}},\ s > 0$	$sen(ax)$	$\frac{a}{s^2+a^2},\ s > 0$
$cos(ax)$	$\frac{s}{s^2+a^2},\ s > 0$	$sh(ax)$	$\frac{a}{s^2-a^2},\ s > \lvert a\rvert$
$ch(ax)$	$\frac{s}{s^2-a^2},\ s > \lvert a\rvert$	$e^{ax}sen(bx)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2},\ s > a$
$e^{ax}cos(bx)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2},\ s > a$	$u_c(x)$	$\frac{e^{-cs}}{s},\ s > 0$
$u_c(x)f(x-c)$	$e^{-cs}F(s)$	$e^{cx}f(x)$	$F(s-c)$
$f(cx)$	$\frac{1}{c}F\left(\frac{s}{c}\right),\ c > 0$	$\frac{x^{n-1}e^{kx}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(s-k)^n},\ 1 \le n,\ k < s$

$$
\boxed{
\begin{gathered}
\mathcal{L}\{f^{(n)}(x)\} = s^nF(s) - s^{n-1}f(0^+) - \ldots - f^{(n-1)}(0^+)\\
\mathcal{L}\left\{\int_0^x f(x-t)g(t)dt\right\} = \mathcal{L}\{f(x)\}\ \mathcal{L}\{g(x)\} = F(s)G(s)
\end{gathered}
}
$$

Boa prova!