UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

| 1º TVC – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – DATA: 02/06/2016 | |
|---|---|
| **DISCIPLINA:** Introdução às Variáveis Complexas - MAT031 - Turma A | **PROFESSOR:** GRIGORI CHAPIRO |
| **NOME LEGIVEL (letra de forma):** | |
| **Curso:** | **Nº DE MATRÍCULA:** |

Esta prova contém quatro questões. A prova deve ser feita **sem consulta** a qualquer material. **Não é permitido** usar **calculadora**. A resolução das questões pode ser feita a lápis. Questões sem desenvolvimento não serão corrigidas.

**Questão 1:** (a) Defina as funções complexas: $\cos(z)$, sen$(z)$, $\arccos(z)$ e arcsen$(z)$.
(b) Calcule todas as raizes da equação $\cos(z) = i$.

**Questão 2:** Mostre que a função $f(z) = z^n$, $n \geq 1$, fornece uma bijeção entre o aberto $\{z : |z| > 0,\ 0 < \arg(z) < \pi/n\}$ e o semi-plano superior $\{z :\ \text{Im}(z) > 0\}$. Determine a inversa dessa bijeção.

**Questão 3:** Determine o raio de convergência das séries de números complexos:

$$(a) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{(4+3i)^n} z^n, \qquad (b) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n z^n.$$

**Questão 4:** Enuncie e demonstre o teorema sobre a fórmula do raio de convergência da série de potências que envolve o $\limsup(|a_n|)$.