

**UFJF - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**  
**1º TVC DE INTRODUÇÃO A VARIÁVEIS COMPLEXAS**

**Nome** (letra de forma, legível), **matrícula** em cada folha. Não entregue esta folha.

**Questão 1** (20pts). Dados uma função  $f : A \rightarrow \mathbb{C}$  e um ponto  $z_0 \in A$ , dizemos que  $z_0$  é um ponto fixo de  $f$  se  $f(z_0) = z_0$ . Determine todos os pontos fixos da função

$$f(z) = \frac{z^2 + 2z}{z^2 + 1}.$$

**Questão 2** (20pts). Encontre todas as raízes da equação  $\operatorname{sen}(z) = i$ .

**Questão 3** (20pts). Seja  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  uma função analítica. A integral de  $f$  é analítica? Mostre ou dê contra-exemplo.

**Questão 4** (20pts). Uma função complexa é par se  $f(z) = f(-z)$  e ímpar se  $f(z) = -f(-z)$ . Mostre que o desenvolvimento em série de Taylor de uma função par (ímpar) contém somente potências pares (ímpares).

**Questão 5** (20pts). Seja  $\gamma$  - polígono  $ABCDEFG$  no plano complexo onde  $A = i$ ,  $B = 2+2i$ ,  $C = 2$ ,  $D = -1 - 2i$ ,  $E = 2i$ ,  $F = 1 - i$ ,  $G = -3$ . Calcule a seguinte integral justificando todos os passos e enunciando todos os teoremas usados

$$\int_{\gamma} \frac{e^z \cos(z)}{z^2}.$$

**Boa prova!**