

1ª PROVA DE MÉTODOS MATEMÁTICOS 28/04/2011

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha.

Todas as soluções tem que ser justificadas!

Questão 1. Indicamos $\mathcal{P}_3 = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3\}$ o espaço vetorial dos polinômios de grau menor ou igual à 3. Seja L - operador derivada, i.e., $d(x^n) = nx^{n-1}$.

- (a) Prove que $d : \mathcal{P}_3 \rightarrow \mathcal{P}_3$ é um operador linear.
- (b) Encontre a matriz que representa d na base canônica de \mathcal{P}_3 , $\alpha = \{1, x, x^2, x^3\}$.
- (c) Encontre os autovetores e autovalores de d .

Questão 2. Faça

- (a) Defina o que é conjunto L.I.
- (b) Usando o Wronskiano determine se as funções $1, t, e^{-t}, te^{-t}$ são LI.
- (c) Dada a EDO: $y^{iv} + 2y''' + y'' = 0$ encontre seu conjunto fundamental de soluções.
- (d) Resolva a EDO anterior com o PVI: $y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 3, y'''(0) = 2$.
- (e) A EDO do item (c) pode ser reescrita como Problema de Sturm-Liouville?

Questão 3. Considere

$$t^2y^{iv} + \cos(t-1)y''' - \frac{1}{t-2}y = t^2.$$

- (a) Determine intervalos nos quais a EDO possui única solução.
- (b) Baseado no item (a), a EDO anterior com o PVC $y(-1) = 2, y(2) = 23$, tem solução única?

Questão 4. Resolva o PVI: $y''' - y'' + y' - y = e^{4t}, y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = -1$.