1^a PROVA DE MÉTODOS MATEMÁTICOS 19/04/2012

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha.
Todas as soluções tem que ser justificadas!

Questão 1. Indicamos $\mathcal{P}_2 = \{a_0 + a_1 x + a_2 x^2\}$ o espaço vetorial dos polinômios de grau menor ou igual à 2. Seja $L : \mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_2$ - seguinte operador diferencial $L(p(x)) = (d_{xx} - 3d_x + 2)p(x)$. Encontre a matriz que representa L na base canônica de $\mathcal{P}_2$, que é: $\alpha = \{1, x, x^2\}$.
Exemplo – Ajuda: $L(2x^2) = (d_{xx} - 3d_x + 2)(2x^2) = 4 - 12x + 4x^2$.

Questão 2. Dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

(a) Encontre o polinômio característico de A.
(b) Encontre o polinômio minimal de A.
(c) Encontre forma canônica de Jordan de A.
(d) A é diagonalizável?

Questão 3. Dada a EDO: $y^{iv} + y''' - y'' - y' = 0$.
(a) Classifique essa EDO (tudo que souber).
(b) Encontre o conjunto fundamental de soluções.
(c) Use o Wronskiano para verificar que o conjunto encontrado no ítem (b) é, de fato, base de um espaço vetorial.
(d) Resolva a EDO anterior com o PVI: $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 3$, $y'''(0) = 2$.

Questão 4. Considere o PVI:

$$\mathrm{sen}^2(t)y'' + \cos(t)(y')^2 = 0.$$

(a) Determine intervalos nos quais a EDO possui solução única.
(b) Resolva a EDO anterior com o PVI $y(\pi/2) = 2$, $y(\pi/2) = -1$.

Questão 5. Resolva o PVI: $y'' + 2y' - y = t - 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = -1$.