2^a PROVA DE EDO 28/06/2011

PROF. GRIGORI CHAPIRO

Nome (letra de forma, legível), em cada folha. Não entregue esta folha.
Todas as soluções tem que ser justificadas!

Questão 1. Suponha que μ não é autovalor de matriz A. Prove que a equação

$$x' = A \cdot x + e^{\mu t} \cdot b,$$

onde b é um vetor qualquer, tem uma única solução da forma $\phi(t) = ve^{\mu t}$.

Questão 2. Se $x' = Ax$ e $x' = Bx$ são atratores, matrizes A e B comutam, prove que $x' = (A + B)x$ é atrator.

Questão 3. Seja X um campo de classe C^1 em $\mathbb{R}^2$ e γ - órbita de X. Prove que se γ não é singularidade nem órbita periódica, então $\omega(\gamma) \cap \alpha(\gamma) = \emptyset$, ou é um ponto singular.

Questão 4. Usando o Teorema de Poincaré-Bendixon mostre que o campo

$$f(x, y) = \big(x^2 + y^2, (1 - x)(1 - y)\big)$$

não possui órbita periódica.

Questão 5. Mostre que uma conjugação topológica local entre campos de vetores preserva estabilidade assintótica das singularidades (i.e. leva singularidades assintóticamente estáveis em singularidades assintóticamente estáveis).